放手吧！讓創意來找你--工藝乎？科展乎？

虎林國中的孟阿姨

（一）5月19思想起

「我對你這次的作品很失望…… 你退步……很像工藝課……」

「我們想看的是如何引導孩子們找出正多面體有幾種展開圖的策略。」

「妳知道正方體的展開圖有11種嗎？（圖1.1）〔1〕 ……

她點頭！但說得清楚嗎？（圖1.2-1.4）

去年的寒假，連正八面體的展開圖也討論了些（圖1.5-1.6）！還附帶提出些自認為有啟發性的問題，但這次她想要更輕鬆、隨性一點的東西。像「美」那般，寓流動於變幻中——在十五分鐘的簡報中她真的插了這麼一張。

（二）妙老師的妙想法

若將上次的作品比喻成長篇小說（圖2.1-5）〔2〕，那這次就是輕鬆小品了！而且能與同辦公室的數學老師計妙妙對話，真是開心無比，同事說她們兩個人一天到晚感謝來，感謝去，怪噁心的！

「孩子在做正多面體的展開圖中，有的畫得太大，有的又太小！可以讓他們估算嗎？（圖2.6）」計妙妙想到了一個環保議題：如何有效的利用空間？

「那太複雜，不過可先將問題簡化成如何在一個正方形內，裝一個最大的正三角形？」

「可是這跟整章節有什麼連結？」

「三角形的費碼點一直無法推廣到三角錐！換題！換題！就換這個題目！」

「還剩六天要交『作品說明書』，有可能嗎？」

「做了才知道！」

她立刻招集所有做科展的學生，兩組對調一人，以便都由八年級的領頭，一組從「吸管」（圖2.7-8）、「費碼點」（圖2.9）、最後…終於…定案的是《正正有尺—談正m邊形內放最大正n邊形》，另一組從一而終都是《顛三倒四的多面體》（圖2.10）〔3〕。

她稱換題這件事，是上帝賜與的禮物（恩典grace），憑著信心！她鼓勵大家可以試著將「愛掌控」的手換成「跟隨」的手，這就是她這次教案想分享的重點——

放手！ 領受！ 與 感恩（謝天）！

---

〔1〕2010年她們以兩件作品分別參賽新竹市九十九年度學校創新課程與教學發表比賽，課程送出的是《「正多面體」與它的「展開圖們」》，教學則是《從「相似形」談幾何「平民化」》，結果後者在初賽三件作品中被刷掉，前者最後得到佳作，文中即為複賽當日發表完後評審的意見。

〔2〕《挑戰阿基米德多面體》得到2008中華民國中九十七年度中等學校數學科典範教學傑出創意獎（25節課）。此多面體即每個頂點都是一樣（至少兩種以上）的正多邊形所組成之凸多面體(除柱體及反柱體外)。

〔3〕這兩件作品都得到今年「新竹市第二十八屆中小學科展」數學科國中組第三名(第一名從缺)。

（三）放手來創作

美是創作的起點（當時可能未察覺）

「它應該不管怎麼擺，看起來都是一樣的！」有位理化老師拿著一個像巴黎鐵塔的鑽石塔（圖 3.1），請她修正，於是《球面定點》誕生〔4〕。後又改良成《機械式球面定點法》〔5〕。有次她被這模型在陽光下的影子給震懾住，原來有規律的結構好美啊！

這次順著學生的創意（圖 3.2-5），一把扇子讓她看見了包絡線，又看見了陳封已久的工藝（圖 3.6）。

「正三角形堆疊出來的扇子，完整的圖形長的會是怎樣？」

「若換成正五、正六、正七……邊形，再將之混合，又可做出什麼樣的圖案呢？」

「將它們襯著黑絨布——讓工藝包含著豐富的數學概念——那會有多美啊！」

沒有希望支持著　創作奄奄一息

今年初在國際科展複賽中，她與一位資深的老師聊到「科展題目如何尋找？」

「我們的題目都是學生自己找的！」那位老師很有自信的回答。

「我的學生比較命苦（還是命好？），目前大都是老師給的！」她老老實實的回答，靈感畢竟大都是她的。

「泰勒說：『豐富知識易產生新聯想和獨到見解。』但七、八年級的學生，能有多少數學知識呢？」

「數學概念不夠豐富有什麼關係，至少是學生自發性的！」她自問，

「是沒錯啦！不過沒得獎時小孩可是會很難過的！」她自答，

「啊！『凡事謝恩』，才會做得快樂。」她總結。

雖然失敗令人難過，但安靜過後，她總是能體會到羅曼羅蘭說的——否定是肯定力量的兩倍。

其實聽老師的也沒什麼不好，例如這次——具體的來說——學生從「吸管」中學會 Excel 與測量，從「費碼點」中熟練 GSP 與 Cabri 3D 軟體，這些基礎造就了最後的 Touch Down。

「哈！等他們翅膀硬了，自然就會飛得很好。」她期待，卻也常常失望，再希望，失望，再希望，……，好在最後總像電影的結局那般——邪不勝正，希望獲勝。

尋找創作的本質

「數學科展？！做這些有什麼用？」在一次科展分享中，某位數學老師直言的問！

「『機械式球面定點法』可以幫助我們做出準確的模型，兩點之間直線最短，所以多面體在微觀的世界一定無所不在！」她分享了兩張病毒的外衣是二十面體的照片，一時她也被侷限在實用。

---

〔4〕91 年第 20 屆新竹市數學科國中組第二名(第一名從缺)。

〔5〕95 年第 24 屆新竹市科展國中組最佳創意與應用科學科佳作。

「我做過撲克牌的科展，但不知道它有什麼用！被學生問起來也覺得心虛。」

「或許我們可將問題改成：『做這些有趣嗎？』或者『你做的快樂嗎？』」

她記得在新加坡科博館曾看到一個壓克力製的模型（圖 3.7），一個正方形的框在四個角落加上了四個小正方形，來遮蓋裡面的一個正方形，按下一個鈕，裡面的正方形便開始轉動，然後你會看到裡面的正方形忽大忽小，很有趣的畫面。這是一個錯覺，但為什麼會造成這個錯覺呢（圖 3.8-9）〔6〕？

今年她還帶了一件國小的科展作品（圖 3.10-12）〔7〕，也很有趣，但兩件都僅入選而已。沉澱後，她總能感受到一種與分數、排名、金錢、實用……等無關的喜悅！

若美感經驗已完成　就無須再做下去

有趣的作品怎麼可能不吸引人呢？可以修改後再參賽，如果學生想。

「但若美已完成時，即可收手，否則『天成』變成了『刻』就可惜了！」她想到了她一群藝術家朋友在創作收尾時的困擾。

「美——好難描述！」

又有次在一個《奇特工程探究》的節目中，她被密佑大橋〔8〕深深吸引，除了施工充滿創意外，最令她感動的是作品本身的細緻與簡約根本就是一個超大精緻的藝術品嘛！優雅地融入了令人屏息的地貌中，難怪最後變成了觀光景點。

「美是創作的起點，也是終點！」她想到學生可愛的「走到終點，算你厲害」（圖 1.4），她也想到為什麼始終不肯放棄做出台北天文館的那顆球形建築的模型（圖 3.13-16）〔9〕，原來就是美在呼喚她！最後像不像原建築物一點也不重要，重要的是他們取其精神，完成了一件作品。（圖 3.17-18）

（四）忠於理想

5 月 20 日學生科展比賽的前一天，

「妳把很像數學的部分全拿掉（圖 4.1-2），會不會又發生昨天那樣被批成像『工藝』！」

剛忙完教案的計妙妙終於有空仔細看過最新版的《正正有尺》，憂慮的問她。她總是變來變去變到最後一分鐘，最近她看到一個電視節目，介紹一個巴黎的服裝秀，從製作開始，不斷改變初衷，到上場的前一分鐘還手忙腳亂，遲了將近一小時，觀眾開始不耐煩，但出場的那一霎那，你知道有多美嗎？美讓人流淚！美包容一切！真是分不清她到底是在談科學還是搞藝術，她 totally lost。

「很有可能！但……『用盡可能少的代數談幾何』是我的理想啊！妳不覺得刪除後，就一個定理，整篇就只用一個定理貫穿，不是好輕鬆嗎?!（圖 4.3-5）」她安慰著她——也安慰著自己！

---

〔6〕《挑戰你的好眼力》2003 年國際科展數學科入選。

〔7〕《誰在掌控向日葵的花盤？》2010 年台北第 43 屆科展國小組數學科入選。

〔8〕MILLAU BRIDGE，全球最高橋塔的橋樑，高 343 公尺，使大橋高聳雲端，2001 年動工，施工期不到四年。

〔9〕《架構「類球狀多面體」的理論與務實》2010 年臺灣國際科展數學科三等獎。

「與作品說明書不一樣，不算違規嗎？」

「規定沒有說不能改。」

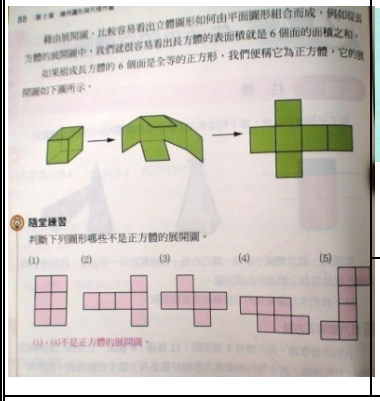
「藝術與科學一樣最可貴的就是真誠！」她也曾忠於自己將較多式子的《改良一般兩點透視作圖法》（圖 4.6）〔10〕改良成直接用點線面的幾何原理找出消失點《透視圖之原理與作法》（圖 4.7-9）〔11〕。原來消失點的存在既簡單又自然，「看見」、「加工」、「與人分享」是她深感榮幸的事。

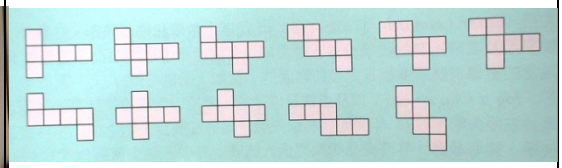
「我對我的作品很滿意！」這是她 5 月 19 日在台上的最後一句話！儘管如此，她還是十分感謝當時對她犀利質問與建議的評審教授們。

---

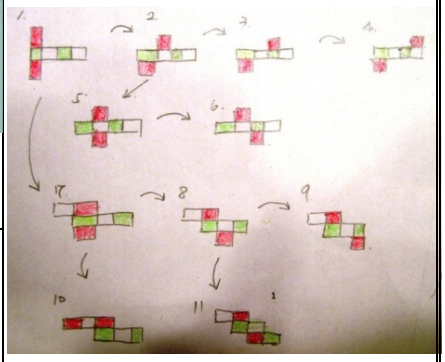
〔10〕94 年第 23 屆新竹市科展國中組最佳創意與數學科第二名。

〔11〕95 年第 24 屆新竹市科展國中組數學科佳作。

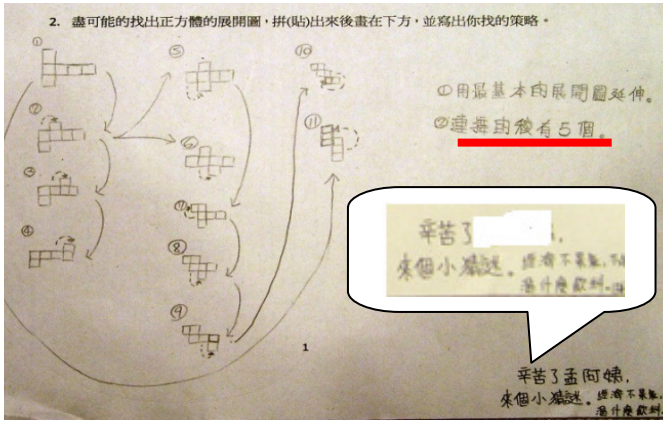




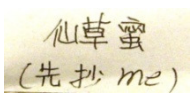
（圖 1.1）從課本的內容引發動機←，11 種是 well-known 的事↑。

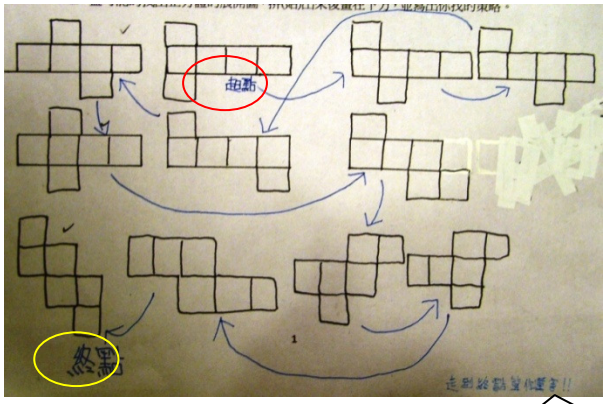


（圖 1.2）有一組還圖上顏色，讓動與不動的移動更加清晰→。

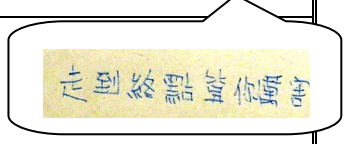


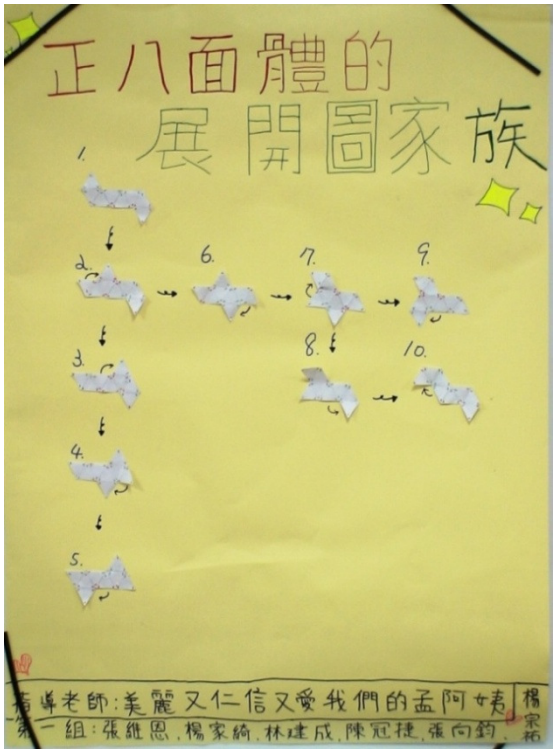
（圖 1.3）另一組發現連接的邊都有五個！貼心謎語的答案在後→



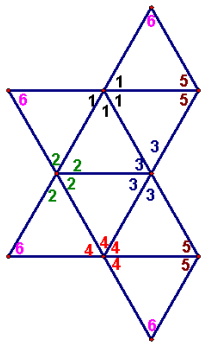


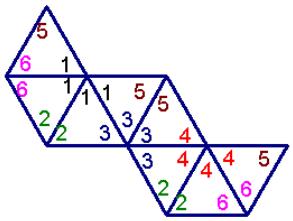
（圖 1.4）有起點，有終點！每組都有自己走出 11 種的方法。

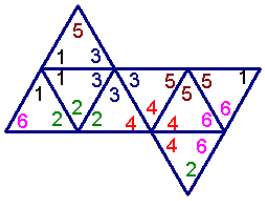




（圖 1.5）為什麼左圖是十個？右圖是十一個？

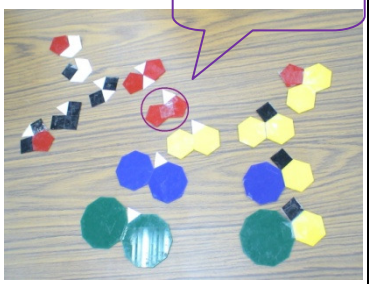






（圖 1.6）(1, 2, 3)、(2, 3, 4)、(3, 4, 5)、(4, 5, 6)、(1, 3, 5)、(1, 2, 6)、(1, 5, 6)、(2, 4, 6)都是這些排列，本來打算留給科展！留著留著……，留忘了還有這檔事！

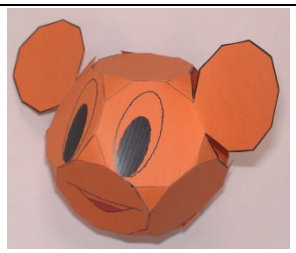
（圖 2.1）讓學生隨意混合兩種以上(含)正多邊形，總能收集到一些想要(是與不是)的模型。



（圖 2.2)由頂點組態出發，討論如何可構成阿基米德多面體，她們分析歸納出僅 13 種。

（圖 2.3)實作阿基米德多面體好像只是不斷重複一個單位很簡單，對學生其實不然！

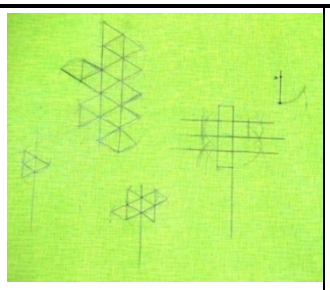
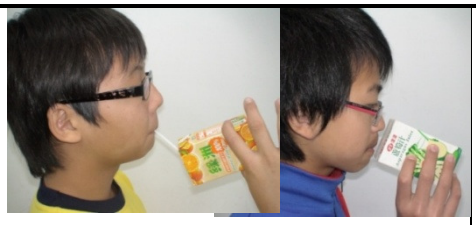
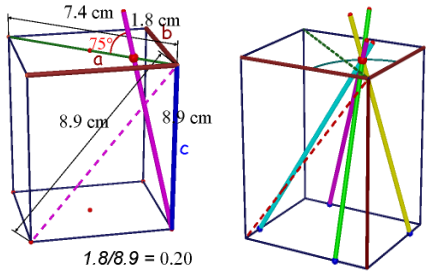
（圖 2.4)用 GSP 自製展開圖，每個頂點都是由一個正三角形與兩個正十邊形組成的封閉體，簡稱為(3,10,10)。

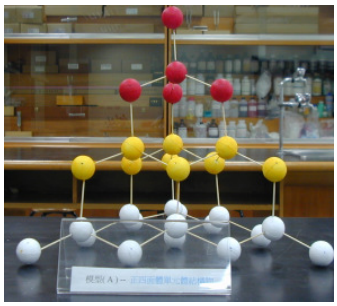


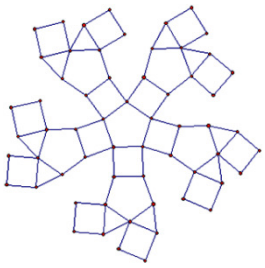
（圖 2.5)發揮創意(3,10,10)本想做成骷顱頭，但最後變成了米老鼠。

作品名稱：

仿冒米奇空頭腦 之 什麼都能放

		
（圖 2.6）好浪費空間！	（圖 2.7）為一包飲料，即願拋售肖像權的可愛男子！	（圖 2.8）對角線長的吸管，拔起後插進哪一個洞會比較好吸？要考慮的因素實在太多！

		
（圖 2.9）《平面到空間的三顆星》曾得到 90 年新竹市科展數學科第一名，主要是將三角形的內心、外心與重心推廣到三角錐看出一致性。本想設計一個支架頂住重心，讓它平衡，但最後只能達到在頂點吊一根線，中線與它成一直線，並垂直地面。可將此 idea 推廣至費碼點嗎？	（圖 2.10）從正方體中可切出傳說中的小魔王(3,3,3,3,4)。大魔王(3,3,3,3,5)待解中。	（圖 3.1）真該在一片空地上給一個角度放上一個大大的不銹鋼鑽石塔公共雕塑，涼快時還可給小孩子們爬。

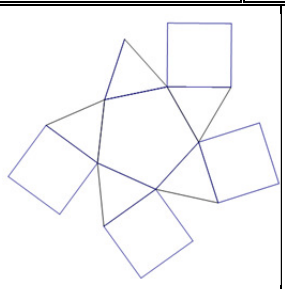


（圖 3.2）雪花。特色：很像雪花，從天而降，生出向右旋轉的美感。

●老師講評：

旋轉時我們慣用順時針，或逆時針表示，而不用右、左。用「美感」形容自己的作品，多麼可愛。豐富的數學概念蘊藏其中。

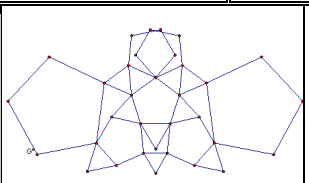
基於培養審美與觀察力，她一向要求學生（個人或一組）需交代自創作品的名稱、特色等



（圖 3.3）快跌倒的機器人。

特色：很可愛像機器人在跑步，快跌倒的樣子。

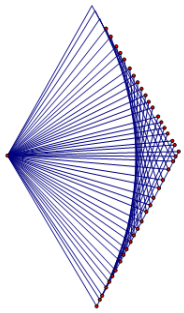
●計妙妙對這件逗趣的作品讚不絕口。



（圖 3.4）羽蛾。

特色：只利用正三角形與正五邊形，隨意拼湊的線對稱圖形。

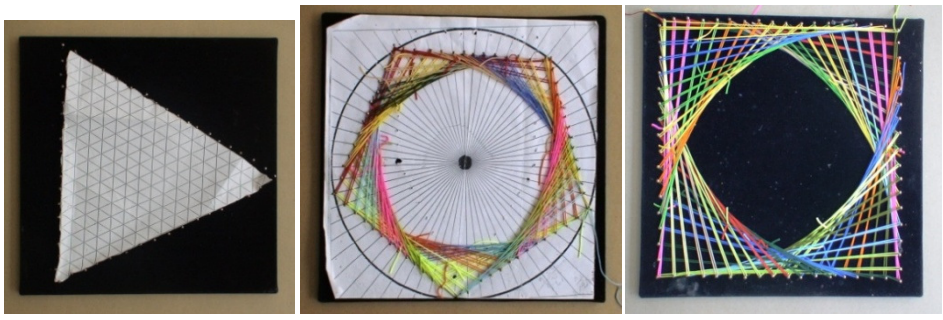
●頭部做得極富創意，整體則威風的像個王者。



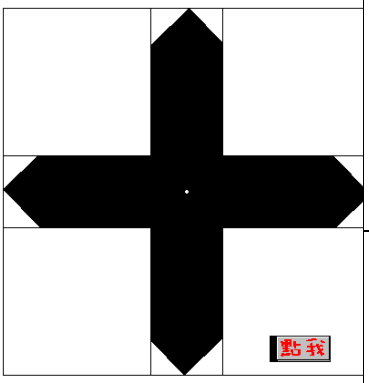
（圖 3.5）扇子。

特色：一個利用正三角形做出來的扇子形狀，是一個很原始的圖形。

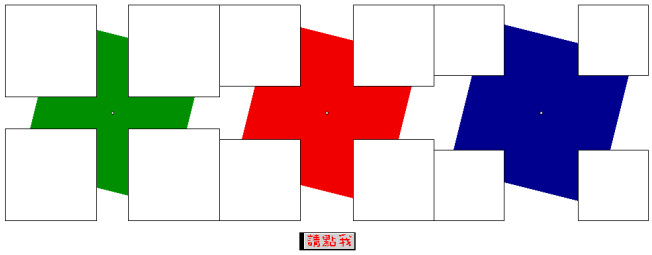
●用「原始」這個詞描述作品，真是讓人眼睛一亮；文圖皆簡潔、富生命力

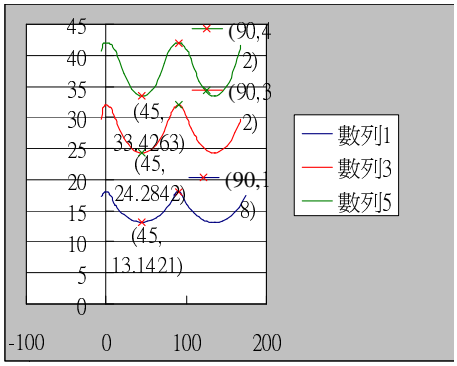


（圖 3.6）扇子讓她想起一個被她遺忘的工藝，用「包絡線」做出的「等寬曲線」。想像著將扇子的圖案變化後再襯著黑絨布，一定與其中的數學概念一樣——美不勝收！



（圖 3.7）用 GSP 模擬原型，看過的人無不嘖嘖稱奇！

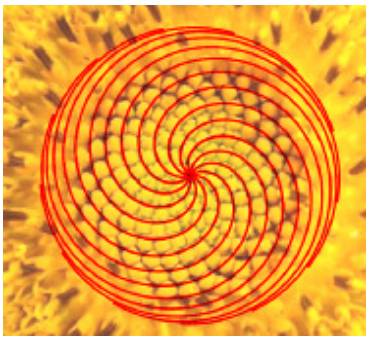


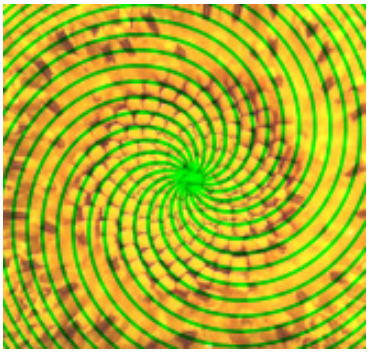


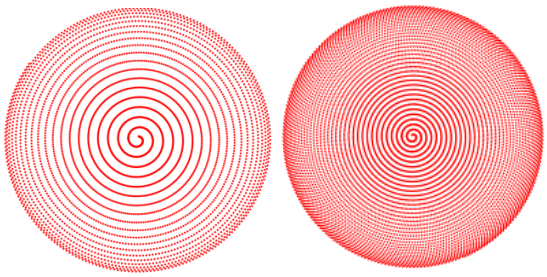
↑（圖 3.8）GSP 還可設計改變沒被遮蓋的面積，來感受放大縮小的變化強弱。

←（圖 3.9）用代數將面積變化精算出來，再用 Excel 製成圖表，來對照眼睛感受變化的狀況，還真是挑戰你的好眼力。

（圖 3.10）當大家討論向日葵花盤內斜列線時，多偏重其順、逆斜列線數為費氏數列或盧卡斯數列，如圖順有 13 條，逆 21 條。然而他們更好奇的是「如何可生成這樣的花樣？」



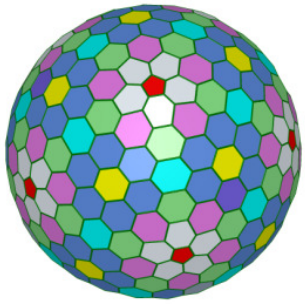




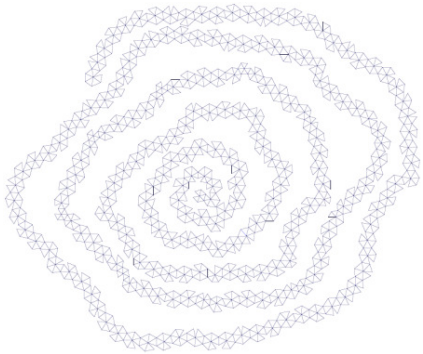
↑（圖 3.11）同樣的斜列線數，不同的彎曲度，就會有不同的圖形。所以他們定義了「斜列線彎曲度」。當只畫一條的斜列線時，就變成了一個收斂的螺線了。

←（圖 3.12）由小圓自轉同時繞一個大圓公轉的半徑比與速度比中，可造出任意的順、逆斜列線，例如：順 13 條，逆 21 條。若已知某個樣式的順、逆斜列線數與「斜列線彎曲度」（目前實作時最難得到的數據），他們即可造出一模一樣的圖形

（圖 3.13)這是他們可以用手摸到的建築。



（圖 3.14）先建構底部類似球狀的多面體。他們定義了「類球狀多面體」

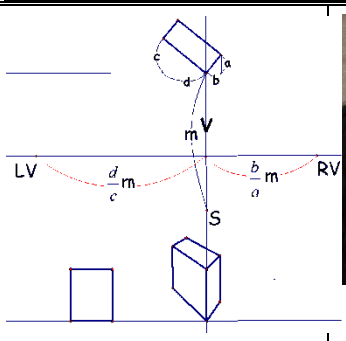


（圖 3.15）再做出每面等高錐體的展開圖。錐體的尖度還可視需求調整！

（圖 3.16）做完後再看到原建築，她感覺——奇怪它變小了

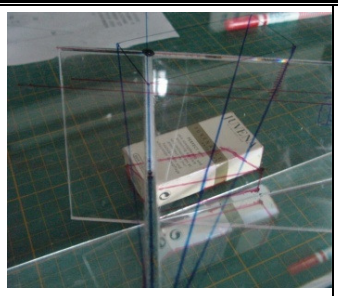
（圖 3.17）可以捧在手上，感觸良多！

（圖 3.18）變成一個作品，名稱：不是球？阿不思說：「這可以去科教館裡面賣嗎？這樣就基童（圖 3.15 的作者）就不用很辛苦的暑假去打工！」

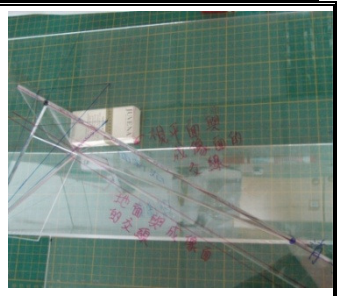


（圖 4.1)混合著代數與幾何找出了正確的左、右消失點的位置。

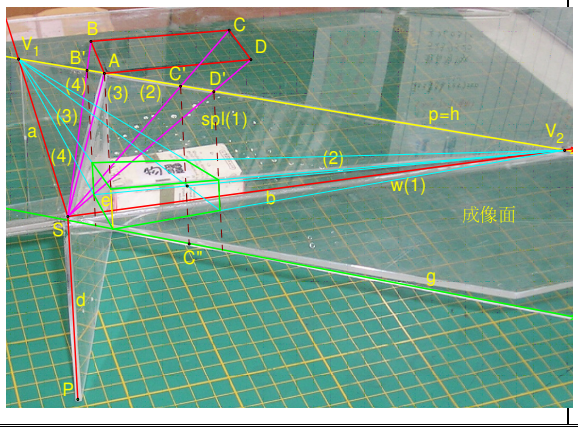
（圖 4.2）可以只用幾何觀點研究消失點嗎？睜一隻眼閉一隻眼看到什麼？畫下來需要合作。



（圖 4.3)原來是一個盒子的成像！不只平面可推立體！立體也能變平面。

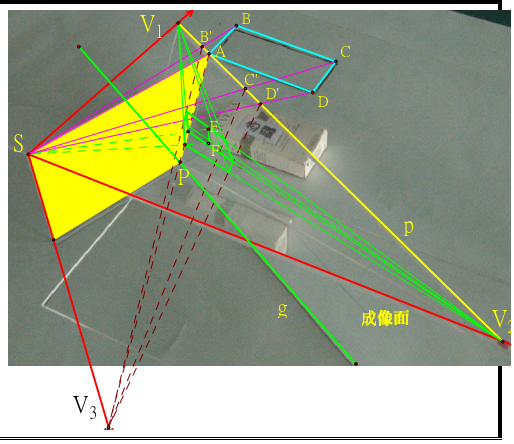


（圖 4.4）想去掉代數，直接從點、線、面的關係找出第三個消失點，模型不能少！



（圖 4.10）

←兩點消失；

→三點消失。

若不改變視點 S 與物體的空間位置，只變化成像面（在眼球內）時，成像會跟著改變，這是十分神奇的事！