## 如何將「創意」帶入「幾何」課程?

## 我的經驗-「盡可能少用代數!」

虎林國中 孟阿姨

有人說你想得到而別人想不到的叫「創意」。New idea 是一個簡單的說法,但是創意要能讓許多人驚豔,才算數,否則就變成醜人多作怪了。

創意的來源很多,欣賞大師級的作品一直是被人津津樂道的方式,如果我們也能藉此涵養 出那種欣賞生活周遭事物的獨特眼光,那麼,有一天當你突然從「尋常」的事物上看到「不尋 常」的畫面時,那份令人感動的「一瞬間」好似「天意」,這樣的偶然,讓我不禁聯想到傳說中 的「美感經驗」。倘若進一步捕捉住「剎那的靈光」,再化為具體的事與物,所謂的「創意」作 品於是誕生。

身為一個老師,最幸運的事莫過於常常透過孩子們「純真」的眼光「直接」看到創意。以我個人為例,第一次看到「大大大」的天文科學教育館全天域劇院時(圖1),驚為天人,妄想把它搬回家,此後有了孩子們的支持,儘管未達理想目標,卻意外的「發想」出許多「創意」,例如:

首先我們做了才知道不容易(圖 2),但還是巧妙的製作出了一些複雜的星體展開圖 [1]。不過這種巧妙(「靈光」)「非普遍性」(圖 3),所以適用有限,例如:C60 就無法做出,更不用說那個「大大大」的結構。失敗也讓我們從頭開始問:「『多面體』中,最基本的對稱結構是什麼?」、「是『正多面體』。」、「『正多面體』是什麼?」、「為什麼只有五個?」(圖 4)、「它們之間有什麼關係?」 [2]、「可做出『最大內包正多面體』嗎?」[3] (圖 5)、「哪一個最接近球體?」[4]、「剛學的『尺規作圖』可做出它們嗎?」[5]

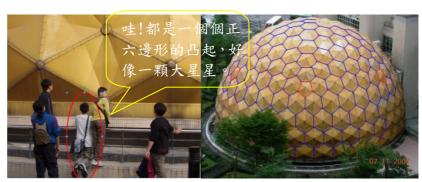
(圖4)中正多面體的每個頂點我們不妨訪把它是看成同一個單位(簡稱組態)的重複,這個結構化的節奏最原始也最簡單。若將這個組態變得複雜一點,混著兩種以上的正多邊形,但仍維持同一個組態的重複,則結果「會是什麼樣的結構呢?」、「有些會封閉,有些不封閉(封閉的才稱『多面體』)!」、「哪些是封閉的?」、「如何判斷?」、「每組至少做出十三個會封閉的組態,並排成一個家族樹。」(圖6)、實作、變化(圖7)[6]、「除了這十三個,還有嗎?」、「很神奇,不多不少只有十三個!」(圖8)[7]、「這類多面體看起來好像與正多面體有些關係?」、「讓我們切切看!」(圖9)[8]。

如果我們將以上這些對稱的多面體看成一個主輪廓,然後在每個面上作出次輪廓的錐體(簡稱光芒),則能生出很多星體。然而從(圖3)中可以看出製作複雜星體的展開圖,很容易重疊,「『妙切法』失靈時,一定得先猜成部分,再組合嗎?」、「不!我們繼續找到了一種有趣且具有『普遍性』的方法 ——『削皮法』。它像削柳丁皮一條到底,可以做出各式複雜的星體展開圖,例如:有三百個面的星體(3,3,3,3,5)。」(圖10)[9]結果我們做出了「全等面星體」(圖11)與「等高光芒星體」(圖12),但它們都並非球狀,所以我們終極努力的目標仍在:揭開那大大大「球狀星體」閃爍的面紗。

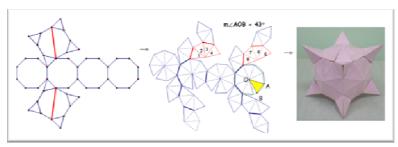
「多面體」尚有好多問題值得我們繼續探討,例如:「如何判斷『封閉』?」、「擴大組態變化的節奏!」……等。最後,我要說的是:我們一大堆的問題都是在「操作」中不期而遇,然後在「觀察」模型時一邊解決,一邊又再生問題,創意幾何就這樣好似無止境的繁衍延下去。





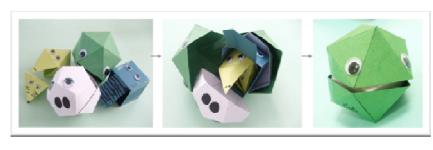


■2 從下往上看,看到的盡是六邊形的凸起,由於尚未研究過多面體,所以我們直接以六邊形去拼凑,結果發現六邊形的角度無論怎麼調整都無法收成球狀,故決定從基礎探討起。累積了一些相關知識後我們便大膽的猜測:它必含有五邊形,且有六個,很幸運意外的拍到了這張照片證明!



**圖3** 「分解」後不會重疊,是個成功的例子,但有些怎麼分解都沒用。

**圖4** 取代直接從「定義」認識「正多面體」,我們改用「重複頂點組態」的方式來建構,規定每個頂點需接個數一樣的全等正多邊形且是凸的,結果這五個(不多不少)正多面體就「自然」的誕生了,接著又衍生出(圖6)的十三種頂點組態,我們還在繼續分類中。



**圖**5 內包的各種正多面體有無限多個,就像 「俄羅斯娃娃」這種玩具,但若要求內部必需 皆為最大時,這個玩具就必需仰賴「數學」了。

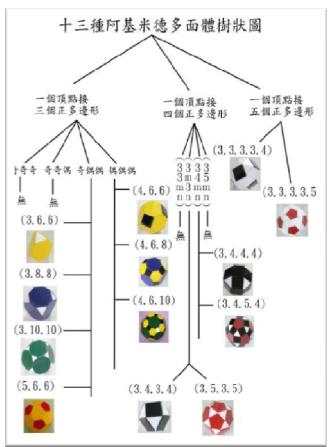


**圖6** 重複這些頂點組態我們可得14個多面體,其中13個如(圖8),多一個如左圖與(3,4,4,4)



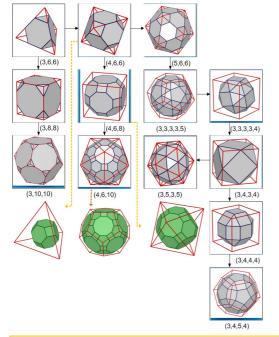
組態相同,但拼法不同。若將頂點組態排成家族樹,因為彼此有關連,排完後也就「自然」的記住了這13種!

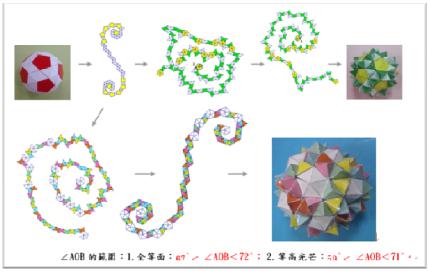




■7 展開圖設計完畢後,利用鏡射、平 移與旋轉在 GSP 軟體上繪出、印出、剪下、 黏合,就是一個可千變萬化的玩具。

图 8 會有問題的是奇數邊的正多邊形,所以 奇偶是關鍵。此類 多面體又稱為「阿 基米德多面體」。

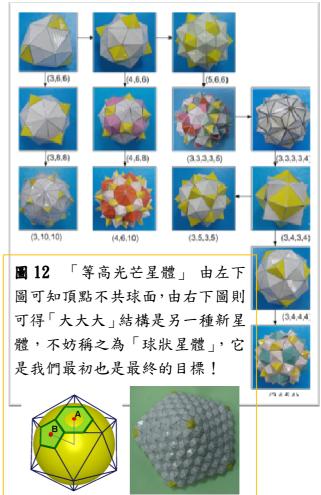




**圖9** 用 Cabri 3D 軟體做出。「阿基米德多面體」可用不同種的「正多面體」切出!稜需切成正方形時常切成如右圖,於是我們利用:相似、比例與簡單的代數發明出了「k值法」。目前我們只剩(3,3,3,3,4)與(3,3,3,5)尚未完美切出。

圖10 光芒中的三角形 角度可變,頂角越小時 看起來越尖,圖中實作 的模型頂角為最大。





## 參考資料

- [1]**「製作等腰三角星體平面展開圖之方法」**-第24屆新竹市科展數學科國中組第三名,94年度。
- [2]**「親子正多面體」**-2007 中華民國中小學教師自然科學與數學教學設計競賽國中組數學科優等,95 年度。可適用於各個年級!
- [3]「正多面體套娃」-第25屆新竹市科展數學科國中組佳作,95年度。
- [4] 「**斗笠和巫婆帽正多面體誰最圓」**-第 25 屆新竹市科展數學科國中組佳作, 95 年度。 我們的結論是:正多面體中最接近球的是正十二面體,(圖 4)中的(5, 5, 5)。
- [5]「正多面體的尺規作圖」-第25屆新竹市科展數學科國中組第三名,95年度。
- [6]「挑戰阿基米德多面體」-中華民國中九十七年度中等學校數學科典範教學傑出創意獎。本教案學生最好已有正多面體的先備知識。教學總時間25節課,有點瘋狂!
- [7]**「阿基米德多面體—暗藏玄機的『頂點組態』」**-第 26 屆新竹市科展數學科國中組第三名, 96 年度。
- [8] **「切割正多面體的探討」**-臺北市第 42 屆中小學科展數學科國小組佳作, 97 年度。藉此特別感謝「財團法人張昭鼎紀念基金會」贊助新竹市虎林國中與台北市信義國小 GSP 與 Cabri 3D 軟體。
- [9]「削皮做星體」-第27屆新竹市科展數學科國中組第三名與「最佳創意獎」,97年度。